

IV. *Defensio Dissertationis de Motu Aquarum fluentium, in Actis Philosophicis, N° 355. editæ, contra Animadversiones Viri Cl. Petri Antonii Michelotti. Auctore Jacobo Jurin, M. D. Coll. Med. Lond. Soc. in Theatro Publico Chirurg. Lond. Prælectore Anatomico, & Soc. Reg. Secr.*

IN pervolvendo Opere pererudito Viri Clarissimi, *Petri Antonii Michelotti*, de separatione fluidorum in corpore animali, qui *Venetis* nuper ad nos delatus est, pluribus in locis Dissertationem meam de Motu aquarum fluentium, in *Actis Philosoph.* N° 355. ante aliquot annos editam, non leviter notatam deprehendi. Cum autem alia ex iis, quæ reprehendit Vir Doctissimus, ex minus perspecto Dissertationis meæ instituto profecta videantur; alia vero ita demonstrari possint, ut ipsum Virum Cl. ea mihi non difficulter concessurum putem: operæ pretium erit, si primo in loco Dissertationis meæ propositum & consilium paulo luculentius exponam; quod cum fecero, ad reliqua deinceps breviter expendenda progrediar.

Principio igitur explicandum est, quid in Dissertatione istâ intelligendum velim, per *Motum Aquæ ex imi vasis foramine defluentis*. Est enim alius *Motus*, sive *quantitas Motûs*, Aquæ, quæ ex vase per foramen delabitur: qui *Motus* est in ratione compositâ, ex ratione quantitatis aquæ dato quovis tempore effluentis ex foramine, & ratione velocitatis, quâcum effluit. Alius vero est *Motus* totius aquæ, seu Cataractæ aqueæ, quæ intra vas versus
foramen

foramen descendit, & mox effluxura est. Hic est in ratione summæ omnium factorum, ex singulis aquæ particulis, Cataractam constituentibus, ductis in velocitates earundem respectivas. Quorum Motuum cum alterum sæpe pro altero accipi viderem, animus mihi erat posteriorem illum in prædictâ Dissertatione illustrare, ad calculum revocare, & liquoribus in Animalium corpore fluentibus applicare.

Hic ergo cum semper mihi intelligeretur per *Motum Aquæ defluentis*, sive per *Motum Aquarum fluentium*, quod ex omnibus meis Propositionibus luculenter apparet, jure meo dicere poteram *Motum hunc a nemine adhuc, quod scirem, fuisse determinatum*: quippe quem nemo Mathematicorum, quos quidem ego viderim, nec etiam verbo tenus attigerit. Quod cum ita sit, miror profecto non animadvertisse neque acutissimum *Michelottum*, nec etiam subtilissimi & perspicacissimi Ingenii Virum, *Johannem Bernoullium*, me in illius Dissertationis Procæmio, quod toties citat & tantopere reprehendit *Cl. Michelottus*, ne verbum quidem scripssisse de velocitate, quâcum aqua effluit ex foramine, multo minus de Bernoullianâ determinatione illius velocitatis. Hoc si perspexisset Vir *Cl.* nolisset sane, pro suâ humanitate, tam inclementer & inique mecum agere, ut me *Bernoullianam Demonstrationem extenuare verbis conari* * diceret, & *meam esse cavillationem id, quod Bernoullio objiciam*. Quod vero subjicit, verba ista mea, " fieri omnino " non posse, ut Motus aliquis cum pondere quiescente " conferatur," *ne umbram quidem habere rationis contra Bernoullianam Demonstrationem pugnantis*, libens agnosco, quippe qui, cum ista scriberem, tan-

* Pag. 131, 132.

tum de Cl. Bernoullio, quantum de Sinenſium Imperatore cogitabam. Aio autem Lectorem quemvis non iniquum, neque præjudiciis occupatum, ne *umbram quidem* verifimilitudinis reperturum, quod iſta verba ad Bernoullianam Demonſtrationem quicquam pertineant; quibus ſcilicet de re longe diverſâ agatur, nempe de quantitate Motûs totius aquæ verſus foramen contendentiſ. Quoniam vero ita penitus inſedit animo Viri Doctiſſimi illa Demonſtratio, eandem in illius gratiam, ubi prius meipſum ab reliquis ejus Animadverſionibus vindicavero, ad examen revocare decrevi.

Ad *Motum* prædictum definiendum non alio nobis opus erat, quam Theoremate noſtro generali, quod tertio loco poſuimus: ſed cum Curvæ Hyperbolicæ Newtonianæ proprietatem, quâ Cataractam aquæ deſcendentis format, non indignam cenſeremus contemplatione Geometrarum, voluimus obiter quædam de Cataractâ illâ præmittere. Hanc autem ex Viri Incomparabilis, *Prop. 36. Lib. 2. Princip.* deſumptam proponebam, non ut *ex Tripode editam*, ſed evidentiâ Mathematicâ, omnibus oraculis certiore, munitam.

Quod enim Cataracta talis formari debeat ex aquâ libere deſcendente, & acceleratâ in modum corporum omnium gravium, quam nullâ aliâ aquâ circumcingatur, aperta res eſt; ut patet *Newtoni* Propositionem attente perlegenti. Si etiam Cataracta glacie concavâ, figuræ Cataractæ aqueæ adamuſſim congruente, & propter ſummam polituram nullam reſiſtentiam adſerente ambiatur; ea glaciem ne minimâ quidem vi premet, ſed tanget ſolum liberrime cadendo, unde nihil mutabitur non modo in figurâ, ſed nec etiam in velocitate Cataractæ deſcendentis. At ſi circumpoſita Glacies in aquam reſolvatur, neutiquam jam opus eſt tanto *Machinarum & Arietum validiſſimorum* apparatu,

ratu, quos magno molimine † adduxerunt tum ipse *Vir Cl.* tum etiam Geometra Eximius, *Johannes Bernoullius*, ad fragilem nostram *Cataractam confringendam & comminuendam*; quippe quam ipse prius *Newtonus* hisce verbis, * *Lique scat jam glacies in vase; &c.* dissolverit penitus ac dissipaverit. Nullo igitur aut *Genio* nobis opus est, aut *Erythræi Maris Miraculo*, ad *Cataractam* istam sive indicandam, sive conservandam, quippe qui non adeo usque stolidi aut infulsi sumus, ut conservatum iri eam speremus ab omni aquæ circumpositæ communione puram & illibatam. Ignoscat autem nobis, pro æquitate suâ, *Cl. Michelotus*, quod, quæ Providentissimus *Newtonus* de glacie ambiente, & eâdem postea in aquam resolutâ fusius tradiderit, ea nosmet Lectorem ex ipso potius *Cl. Auctore* petere voluerimus, quam ingrâtâ & minime nobis necessariâ repetitione detineri.

Non diffitemur sane paulum discriminis, ut id obiter notemus, inter casum a *Newtono* positum & nostrum interesse. Quem enim fingit ille *Cylindrum* glaciei, velocitate datâ uniformi descendentem, ac liquecentem & in aquam conversum, quam primum superficiem attingit aquæ vase contentæ, in eum scilicet finem, ut vas semper æque plenum conservetur; hunc nos omisimus, & ejus loco superficiem aquæ infinitam posuimus, ut eâ ratione integrum *Solidum*, sive *Cataractam Hyperbolicam* repræsentaremus. At hæc positio nihil mutat neque in velocitate, nec in *Motu* aquæ decurrentis.

Quod autem † ait *Vir. Cl. me sumere, quod est in contentione, & paulo infra, cessare igitur quæstionem, & totam Demonstrationem abire in Hypothesin*, non mehercule intelligo, quid sibi velit.

 † Pag. 128, 129, 130.

* Pincip. Pag. 304.

† Pag. 127.

Mihi enim, in loco citato, nulla movebatur quæstio de velocitate aquæ effluentis, nec demonstrationem ullam de eâ velocitate adferebam, sed id unum agebatur, ut ex positâ illâ velocitate Æquationem Curvæ Hyperbolicæ Newtonianæ deducerem. Velocitatem nempe aquæ effluentis jam antea determinaveram, vel etiam, si placet, sumpsêram, positis scilicet iis, quæ a *Newtono* posita fuerant, aquam nempe gravitatis vi libere cadere, & inter cadendum accelerari. Hoc autem quî fieri possêt, prius tradiderat *Newtonus*, ponendo aquam per glaciem politissimam ambientem, vel etiam per eandem in aquam solutam, sed quietem adhuc servantem, tanquam per infundibulum, sine ullâ resistantiâ transire; quod in eum finem ponebatur, ut simplicior & magis Mathematica redderetur Problematis solutio.

Libet hic loci, propter argumenti affinitatem, erroris meminisse, cujus *Newtonum*, *Hugenium*, *Keilium* temere nimis, uti nobis videtur, ex Bernoullianæ demonstrationis fiducia * incusat *Cl. Michelottus*; quod scilicet vim, quâ totus aquæ exilientis *Motus* generari potest, æqualem statuerint ponderi Cylindricæ columnæ aquæ, cujus basis est foramen, cujusque altitudo dupla est altitudinis aquæ vase contentæ. Hanc paucis admodum verbis, nec tamen idcirco minus perspicue, demonstravit *Newtonus* in Corollario secundo Propositionis supradiçtæ. Potuisset alia quoque deduci demonstratio ex contemplatione Cataractæ integræ Hyperbolicæ, quæ huic Cylindro æqualis est, cujusque pondus totum in aquæ descensum impenditur: sed hâc minime opus est, cum idem ex ipsâ Propositione Bernoullianâ, quam toties laudat, ac tam vehementer defendit *Cl. Michelottus*, apertissime sequatur. Id nullo negotio

* Pag. 112, 113.

animadvertet *Vir Doctissimus*, si sepositâ parumper Columnæ foramini incumbentis consideratione, calculo instituto, ex mole aquæ dato quovis tempore ex foramine effluentis, & ex velocitate, quâcum aquam effluere statuit *Cl. Bernoullius*, ejus aquæ *Motum* determinare voluerit, & deinde pondus invenire, quod eodem dato temporis spatio, libere cadendo gravitatis vi, eandem *Motûs* quantitatem generare possit. Hoc autem pondus reperiet ponderi duplæ Columnæ aquæ foramini insistentis æquale, prorsus uti definivit *Newtonus* in Corollario prædicto. Idem vero pondus, alteri Libræ Radio appensum, ab impetu aquæ, cum primum ex foramine effluit, continuato rivo in alterum Libræ æqualem Radium impingentis, atque statim post impulsûm delabentis, in quiete sustinebitur ; quod posito calculo facile patebit.

Videor mihi non malam gratiam a *Doctissimo Michelotto*, pro candore suo, initurus, si altero insuper † præjudicio, quo & alios plures teneri video, ipsum liberavero. *Newtonus*, *Prop. 37. Lib. 2. Princip. primæ editionis*, aquam demonstravit ex foramine in fundo vasis eâ cum velocitate erumpere, quâ assurgere possit ad dimidiam altitudinem aquæ in vase existentis. Demonstrandi rationem nemo refellit : conclusionem plures redarguunt. Experientia, inquit, contradicit, quâ deprehenditur aqua exiliens ad totam altitudinem assurgere : quin etiam *Newtonus* ipse in Problematis ejusdem solutione, *Prop. 36. lib. 2. editionis secundæ*, eam tribuit aquæ velocitatem, quâ ad totam altitudinem proflire possit ; adeoque ipse sibi contradicere videtur. Atqui si res ista accuratius & cum judicio perpendatur, reperietur primæ solutioni *Newtonianæ*

† Pag. 113.

& cum secundâ, & cum experientiâ ipsâ, optime convenire. Nam in secundâ solutione, aquæ venam exilientem, ad parvam a foramine distantiam, contractiorem diametro statuit *Vir Perspicacissimus*, quam in ipso foramine, in ratione 21 ad 25. Est itaque sectio venæ in eâ distantîâ, ad foramen ipsum, ut 21×21 , ad 25×25 , h. e. ut 1 ad $\sqrt{2}$ proxime. Cumque eadem aquæ quantitas, sive per foraminis, sive per venæ contractæ sectionem, dato tempore perfluat, & proinde velocitates aquæ in iis sectionibus sint in ratione ipsarum sectionum reciproca; erit velocitas in foramine ad velocitatem venæ contractæ, ut 1, ad $\sqrt{2}$: proinde, si ea sit velocitas venæ contractæ, quâ aqua profiliat ad integram altitudinem aquæ in vase, non major erit aquæ velocitas in ipso foramine, quam quâ ad dimidiam altitudinem deferatur. Consentunt itaque inter se hæc duæ solutiones; & experientia porro cum iisdem consentire deprehenditur. Nam si per alterutram earum solutionum, ex definitâ velocitate, quâ aqua, sive per foramen, sive per venam contractam, transire statuitur, calculo instituto inveniatur quantitas aquæ effluxuræ; reperietur eadem cum quantitate aquæ, quæ per experimenta effluere deprehenditur, proxime convenire. Certe experimentum ab ipso *Illustrissimo Newtono* sumptum, adhibito foramine, cujus diameter erat quinque octavarum digiti partium, huic calculo respondit; ut etiam alia plura experimenta minoribus diametris *Londini* facta, quibus ipse cum pluribus Regiæ Societatis Sodalibus, ante aliquot annos operam dedi. Abludunt quidem aliquantum *Diligentissimi* * *Poleni* experimenta, sed tamen minorem aquæ quantitatem exhibent, quam secundum hunc calculum, nunquam majorem, forte quod angustiora fuerint vasa pro ratione amplitudinis foraminum.

* Polen, de Castellis.

Supereſt adhuc nobis conſideranda * Animadverſio una, ſive potius Scrupulus *Viri Cl.* ex eo natus, quod in *Coroll. 17. Theorem. 3.* Diſſertationis prædictæ majorem ſtatuumus *Motum*, ſive *Impetum*, ſanguinis in Arteriis omnibus capillaribus ſimul ſumptis, quam in ipſâ Aortâ. Hoc ut explicet *Vir Doctiſſimus*, nescio quam Hypotheſin nobis affingit, de majore ſanguinis denſitate in capillaribus Arteriis, quam in Aorta. Nos vero nullam ejuſmodi conditionem poſuimus, ſed Corollarium deduximus ex Theoremate præcedente, in quo agitur de *Motu* aquæ per Canalem plenum quemcunq; fluentis : unde patet ſanguinem non aliter conſiderari in noſtris Corollaris, quam quatenus fluidus eſt & aquam æmulatur. Sed patet inde provenire Scrupulum *Viri Cl.* quod per ſanguinis *Impetum* intelligat, *quantitatem Motûs ejus effectam ex multiplicatione velocitatis per maſſam dato tempore tranſluentem.* Atqui hic longe alius eſt ac noſter ſanguinis *Motus*, ſive *Impetus*, quippe qui in iſto Theoremate *æqualis* ſtatuitur *Motui molis aquæ, quæ dato quovis tempore effluit ex Canali, cujuſque ea ſit velocitas, quâ percurratur eodem dato tempore ſpatium æquale longitudini Canalis.* Facile autem ex hoc Theoremate fluit Corollarium prædictum, quippe cum dato tempore tranſluat eadem ſanguinis moles per Aortam & per Arterias capillares, major autem ſit Canalis longitudo ex Aortâ & Arteriis capillaribus compoſiti, quam Aortæ ſolius. Hoc eo libentius notavi, quod videam non ſolum *Doctiſſimum Michellottum*, ſed alios etiam ſcriptores Mathematicos, pluribus in locis, ubi agitur de potentiis, quæ liquorem per Canales eodem plenos aut in motum impellunt, aut effluentem ſiſtunt, nihil aliud conſiderare præter molem

* Pag. 101, 102.

& velocitatem fluidi effluentis; quum debuisset etiam longitudinis ipsorum Canalium ratio haberi. Nam cæteris paribus, eo difficilius vel expellitur fluidum ex pleno Canali, vel in effluxu sistitur, quo Canalis longior fuerit; quippe quum tota moles fluidi Canale contenti in motum concitandus sit, priusquam ulla pars ejusdem effluere possit ex orificio; sicuti etiam tota eadem moles necessario sistenda est, si exitum parti jamjam effluxuræ prohibere volueris.

Accedo jam ad expendendam Viri Celeberrimi, *Johannis Bernoulli*, Demonstrationem de velocitate aquæ ex foramine vasis pleni effluentis. In quem finem legi diligenter ac relegi, tum quæ protulit *Doctissimus Michelottus* de † principiis illius Demonstrationis, tum ipsam Demonstrationem a *Cl. Hermanno* communicatam in *Actis Lipsiensibus*, Anni 1716. Quæ quamvis nullâ ex parte mihi satisfaciât, tamen cum imbecillitatis meæ conscius longe facilius accidere posse sentiam, ut ipse a vero aberrem, quam ut Virum nobilissimis inventis clarum, & acerrimo, si quis alius ingenio pollentem, erroris alicujus redarguam; cunctanter idcirco & dubitantius proponam, quid in illâ Demonstratione minus firmum mihi videatur.

“ Fundamentum Demonstrationis (*scribit Vir Cl.*)
 “ in hoc consistit, ut consideretur guttula liquoris in-
 “ fima, & foramini vasis immediate incumbens, tan-
 “ quam pressa, vel (ut ego voco) animata a gravitate
 “ quâdam acceleratrice quæ se habet ad gravitatem na-
 “ turalem ut altitudo aquæ vel liquoris totius foramini
 “ vasis incumbentis ad altitudinem guttulæ, scilicet ut
 “ pondus absolutum columnæ aquæ foramini insistentis

“ ad pondus absolutum guttulæ ; Sic quippe nihil aliud
 “ restat, quam ut quærat^{ur} quantam velocitatem acqui-
 “ rere possit guttula animata ab istâ gravitate majori
 “ quando cadit per lineolam suæ altitudini æqualem,
 “ hoc est, postquam tota exierit per foramen ; tam diu
 “ enim premitur a totâ columnâ aqueâ adeoque anima-
 “ tur a gravitate majore quamdiu aliquid de guttulâ
 “ (quam ut columellam solidam concipio) supra foramen
 “ existit.”

Posito hoc fundamento perg^{it} *Vir Cl.* ad Demonstrationem suam concinnandam : nobis vero suspecta est ipsius fundamenti firmitudo. Ut id quo jure fiat, videatur, ita, si placet, procedamus.

Quoniam nullâ aliâ re utitur *Cl. Bernoullius*, ad animandam, ut vocat, guttulam infimam gravitate prædictâ acceleratrice, nisi solâ pressione, sive pondere, columnæ aqueæ foramini insistentis ; congelari ponatur omnis aqua columnam illam ambiens, & columna aquea per politissimam glaciem sine omni resistantiâ labi concipiatur. His positis, quamdiu foramen clausum tenetur, urgebitur sane guttula foramini proxima toto pondere columnæ aqueæ incumbentis, prorsus uti statuit *Cl. Bernoullius*.

Referetur jam foramen, & permittatur liber exitus aquæ effluxuræ. Quid deinde futurum censes? Num urgebitur, vel *animabitur guttula infima gravitate acceleratrice, quæ se habet ad gravitatem naturalem, ut altitudo aquæ totius foramini incumbentis, ad altitudinem guttulæ.* Minime vero ; sed urgebitur solâ gravitate suâ acceleratrice naturali. Nam quam primum guttula infima moveri deorsum incipit, etiam velocitate, si placet, infinite parvâ, non amplius utique urgebitur a pondere Columnæ aqueæ insistentis. Fieri enim non potest, ut Columna aquea guttulam subjectam premat, nisi ab illâ guttulâ impediatur in descensu,

fu. Non autem impeditur, quia non conatur velocius descendere, quam infima guttula gravitate suâ deorsum fertur; sed columna & gutta pari passu descendunt, adeo ut gutta neque columnam desertura sit, nec ab eâdem ullam vim aut pressionem sit passura.

Cedit itaque, ni fallor, & fatiscit *Bernoullianæ* Demonstrationis Fundamentum: sed circumspicienti mihi, quidnam potissimum tanto Viro occasionem dederit a vero aberrandi, id præcipue occurrit, quod scilicet minus animum intenderit *Vir Acutissimus* ad discrimen, quod est inter corpus pressum a pondere incumbente, quum pondus istud non nisi a naturali Gravitatis vi acceleratrice urgetur, & corpus impulsus, sive *animatum* (quoniam isto verbo uti voluit *Vir Cl.*) a Gravitatis vi acceleratrice præter naturam auctâ. In casu posteriore descendet corpus majore velocitate, quam quæ ex Gravitate naturali proficisci queat, prorsus ex sententiâ *Doctissimi Bernoullii*: at in priore, utut corpus pressum, dum quiescit, urgetur a pondere incumbente, tamen ubi primum descendere incipiet, eâdem prorsus velocitate descendet, ac si prius nullo pondere incumbente pressum fuisset.

Nescio an operæ pretium sit, rem per se satis claram exemplo illustrare.

Quiescere ponatur in mensâ columna solida ex centum Aureis sibi invicem impositis confecta, & urgetur, ut sit, Aureus infimus pondere Aureorum incumbentium. Si fiat jam foramen in mensâ subter Aureos, ut labi sinatur Aureus infimus: quamprimum iste Aureus descendere incipiet, liberabitur statim ab Aureorum incumbentium pondere, & eâdem velocitate descendet tum Aureus infimus, tum reliqui omnes, ac si solus ille Aureus in mensâ constitutus fuisset.

Mitto dicere, quod, si quis ex velocitate, quâcum aqua secundum *Cl. Bernoullii* placita ex foramine egreditur,

greditur, & ex determinatâ per eam velocitatem mole aquæ dato quovis tempore effluentis, *Motum* ejusdem, ut supra monui, definire voluerit, eundem duplo majorem reperiturus sit, quam qui ex pondere Columnæ aqueæ foramini insistentis, eodem tempore, Gravitatis vi generari queat. Profecto videntur ista mihi tantam veri speciem præ se ferre, ut multum debiturus sim sive *Cl. Michelotto*, sive ipsi Demonstrationis Auctori Celeberrimo, si me aliquid rectius docere dignabitur.

Liceat interim ipsis, pace tantorum Virorum, sequentia duo Experimenta, ad controversiam istam certius dijudicandam, vel de novo instituenda, vel saltem diligenter expendenda commendare. Alterum *Newtonianum*, pag. 305. *Princip. secund. Ed.* descriptum ; ut inveniatur, ex mole aquæ dato temporis spatio effluentis, velocitas, quâcum transit per ipsum foramen : alterum *Cl. Mariotti; Libro Du Mowvement des Eaux, Part. 2. Disc. 3. Regl. 1.* quod tubo Cylindrico, utrinque aperto, parte inferiore sursum reflexo, & aquâ pleno sumptum est ; unde facile æstimari possit, utrum guttulæ primæ aquæ effluentis ad tantam altitudinem profiliant, quantam requirit *Bernoulliana* Demonstratio.